P - I (1+1+1) G / 20 (N)/SUP

2020

MATHEMATICS (General)

Paper Code : I - A & B

[New Syllabus]

(Supplementary)

Important Instructions for Multiple Choice Question (MCQ)

- Write Subject Name and Code, Registration number, Session and Roll number in the space provided on the Answer Script.

  Example : Such as for Paper III-A (MCQ) and III-B (Descriptive).

  Subject Code : | III | A | & | B |

  Subject Name : | |

- Candidates are required to attempt all questions (MCQ). Below each question, four alternatives are given [i.e. (A), (B), (C), (D)]. Only one of these alternatives is 'CORRECT' answer. The candidate has to write the Correct Alternative [i.e. (A)/(B)/(C)/(D)] against each Question No. in the Answer Script.

  Example — If alternative A of 1 is correct, then write :
  1. — A

- There is no negative marking for wrong answer.

মাল্টিপল চয়েস প্রশ্নের (MCQ) জন্য জরুরী নির্দেশাবলী

- উত্তরপত্রে নির্দেশিত স্থানে বিষয়ের (Subject) নাম এবং কোড, রেজিস্ট্রেশন নম্বর, সেশন এবং রোল নম্বর লিখতে হবে।

  উদাহরণ — যেমন Paper III-A (MCQ) এবং III-B (Descriptive)।

  Subject Code : | III | A | & | B |

  Subject Name : | |

- পরীক্ষার্থীদের সবগুলি প্রশ্নের (MCQ) উত্তর দিতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নে চারটি করে সম্ভাব্য উত্তর, যথাক্রমে (A), (B), (C) এবং (D) করে দেওয়া আছে। পরীক্ষার্থীকে তার উত্তরের স্বপক্ষে (A) / (B) / (C) / (D) সঠিক বিকল্পটিকে প্রশ্ন নম্বর উল্লেখসহ উত্তরপত্রে লিখতে হবে।

  উদাহরণ — যদি 1 নম্বর প্রশ্নের সঠিক উত্তর **A** হয় তবে লিখতে হবে :

  1. — A

- ভুল উত্তরের জন্য কোন নেগেটিভ মার্কিং নেই।

Paper Code : I - A

Full Marks : 50 Time : One Hour

Choose the correct answer.

Each question carries 2 marks.

1. The value of $(-i)^{4n+3}$ is —

(A) 1

(B) -1

(C) i

(D) $-i$

1. $(-i)^{4n+3}$ -এর মান কত?

(A) 1

(B) -1

(C) i

(D) $-i$

2. If $z = x + iy$ represents a complex number, then $|z-1| = 2|z-i|$ represents —

(A) a circle

(B) an ellipse

(C) a hyperbola

(D) a pair of straight lines

2. যদি $z = x + iy$ একটি জটিল রাশি হয়, তবে $|z-1|=2|z-i|$ উপস্থাপন করে —

(A) একটি বৃত্ত

(B) একটি উপবৃত্ত

(C) একটি অধিবৃত্ত

(D) একজোড়া সরলরেখা

3. If $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$, then the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is —

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

3. যদি $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$ হয়, তবে $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ -এর মধ্যবর্তী কোণটির মান হবে —

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

4. The equation $x^8 + 1 = 0$ has —

(A) no real root

(B) one real root

(C) two positive real roots

(D) one negative real root

4. $x^8 + 1 = 0$ সমীকরণটির

(A) কোনো বাস্তব বীজ নেই

(B) একটি বাস্তব বীজ আছে

(C) দুটো ধনাত্মক বাস্তব বীজ আছে

(D) একটি ঋণাত্মক বাস্তব বীজ আছে

5. For any complex number z —

(A) $\text{Re}(iz) = i\ \text{Re}(z)$

(B) $\text{Re}(iz) = -\text{Re}(z)$

(C) $\text{Re}(iz) = -\text{Im}(z)$

(D) $\text{Re}(iz) = i\text{Im}(z)$

5. যে কোনো জটিল রাশি z-এর জন্য

(A) $\text{Re}(iz) = i\ \text{Re}(z)$

(B) $\text{Re}(iz) = -\text{Re}(z)$

(C) $\text{Re}(iz) = -\text{Im}(z)$

(D) $\text{Re}(iz) = i\text{Im}(z)$

6. A particle acted on by constant forces $4\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ and $3\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$, is displaced from the point $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ to the point $5\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}$. Then the work done by the forces on the particle is —

(A) 40 units

(B) 20 units

(C) 50 units

(D) 6 units

6. দুটি বল $4\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ এবং $3\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ একটি কণাকে $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ বিন্দু থেকে $5\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}$ বিন্দুতে নিয়ে যায়। বলগুলি দ্বারা কণাটির উপরে কৃতকার্য-এর পরিমাণ হল —

(A) 40 একক

(B) 20 একক

(C) 50 একক

(D) 6 একক

7. The vector perpendicular to each of the vectors $6\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ and $3\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k}$ is —

(A) $14\hat{i}+21\hat{j}-42\hat{k}$

(B) $14\hat{i}-21\hat{j}-42\hat{k}$

(C) $\hat{i}+21\hat{j}-42\hat{k}$

(D) $14\hat{i}+21\hat{j}-4\hat{k}$

7. $6\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $3\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টর দুটির উপর লম্ব ভেক্টর নীচের কোনটি?

(A) $14\hat{i}+21\hat{j}-42\hat{k}$

(B) $14\hat{i}-21\hat{j}-42\hat{k}$

(C) $\hat{i}+21\hat{j}-42\hat{k}$

(D) $14\hat{i}+21\hat{j}-4\hat{k}$

8. If A and B are two subspaces of a vector space V, then —

(A) $A\cap B$ is not a subspace of V

(B) $A\cup B$ is a subspace of V

(C) $A\cup B$ is a subspace of V if one of them is contained in other

(D) None of the above

8. যদি A এবং B দুটি subspaces হয় V vector space-এর, তবে —

(A) $A\cap B$ V-এর subspace নয়

(B) $A\cup B$ হল V-এর subspace

(C) $A\cup B$ V-এর subspace হবে যদি কোনো একটি অন্যটির মধ্যে ঢুকে থাকে

(D) উপরের কোনোটি ঠিক নয়

9. If α and β are the roots of the equation $x^2+1=0$, then $\alpha^{2020}+\beta^{2020}$ is equal to —

(A) 0

(B) -2

(C) -1

(D) 2

9. যদি α এবং β, $x^2+1=0$ সমীকরণের বীজ হয়, তবে $\alpha^{2020}+\beta^{2020}$-এর মান হল —

(A) 0

(B) – 2

(C) – 1

(D) 2

10. Consider the following subspace of $\mathbb{R}^3$, $W = \{(x, y, z\} \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 2y + z = 0, 3x + 3y - 2z = 0, x + y - 3z = 0\}$. The dimension of W is —

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

10. $\mathbb{R}^3$-এর subspace $W = \{(x, y, z\} \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 2y + z = 0, 3x + 3y - 2z = 0, x + y - 3z = 0\}$-এর dimension নীচের কোনটি?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

11. If α be a multiple root of order 3 of the equation

$x^4 + bx^2 + cx + d = 0, (d \neq 0)$, then α equals —

(A) $\frac{8d}{3c}$

(B) $-\frac{8d}{3c}$

(C) $\frac{3d}{8c}$

(D) $\frac{8c}{3d}$

11. যদি α $x^4 + bx^2 + cx + d = 0, (d \neq 0)$, সমীকরণটির একটি 3 ক্রমের বহু বীজ হয়, তবে α-এর মান হল —

(A) $\frac{8d}{3c}$

(B) $-\frac{8d}{3c}$

(C) $\frac{3d}{8c}$

(D) $\frac{8c}{3d}$

12. Let $f : A \to B$ and $g : B \to C$ be two mappings such that $g \circ f$ is injective. Then —

(A) f is injective but g need not be

(B) g is injective but f need not be

(C) both f and g are injective

(D) both f and g are not injective

12. ধরি, $f : A \to B$ এবং $g : B \to C$ হল দুটি এমন অপেক্ষক যাতে $g \circ f$ অপেক্ষকটি injective হয়। তাহলে —

(A) f টি injective কিন্তু g টি নয়

(B) g টি injective কিন্তু f টি নয়

(C) উভয় f এবং g হল injective

(D) উভয় f এবং g injective নয়

13. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a function defined as $f(x) = x|x|$, for each $x \in \mathbb{R}$. Which one of the following is correct ? —

(A) f is one-one but not onto

(B) f is onto but not one-one

(C) f is both one-one and onto

(D) f is neither one-one nor onto

13. ধরি, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : f(x) = x|x| \quad \forall x \in \mathbb{R}$ নীচের কোনটি সঠিক?

(A) f হল one-one কিন্তু onto নয়

(B) f হল onto কিন্তু one-one নয়

(C) f হল উভয় one-one এবং onto

(D) f one-one এবং onto-এর মধ্যে কোনোটিই নয়

14. Let $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 6y + 7z = 0\}$ and
$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 3z = 0\}$ Then $\dim(S_1 + S_2)$ is —

(A) 1

(B) 3

(C) 5

(D) 4

14. ধরি, $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 6y + 7z = 0\}$ এবং
$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 3z = 0\}$ তাহলে $\dim(S_1 + S_2)$-এর মান হবে —

(A) 1

(B) 3

(C) 5

(D) 4

15. A, B, C are subsets of the universal set S and if $A \cup B = A \cup C$ and $A \cap B = A \cap C$, then —

(A) $A = B$

(B) $A = C$

(C) $B = C$

(D) None of these

15. A, B, C হল সার্বিক set S-এর তিনটি subsets। যদি $A \cup B = A \cup C$ এবং $A \cap B = A \cap C$ হয়, তবে —

(A) $A = B$

(B) $A = C$

(C) $B = C$

(D) কোনোটি নয়

16. Let $(G, \star)$ be a group. A mapping $f : G \to G$ defined by $f(x) = x^{-1}, x \in G$. Then f is —

(A) one-one but not onto

(B) onto but not one-one

(C) one-one and onto

(D) none of the above

16. ধরি, $(G, \star)$ হল একটি group. একটি অপেক্ষক $f : G \to G : f(x) = x^{-1}, x \in G$ তাহলে f হবে —

(A) one-one কিন্তু onto নয়

(B) onto কিন্তু one-one নয়

(C) one-one এবং onto

(D) কোনোটিই নয়

17. If $f = \left\{ (x, y) \in S \times \mathbb{R} : y = \frac{1}{x} \right\}$ is a mapping from S to $\mathbb{R}$, then —

(A) $S = \mathbb{R}$

(B) $S = \mathbb{R} - \{0\}$

(C) $S = \mathbb{Q}$

(D) $S = \mathbb{Z}$

17. যদি $f = \left\{ (x, y) \in S \times \mathbb{R} : y = \frac{1}{x} \right\}$ একটি অপেক্ষক হয় S থেকে $\mathbb{R}$-এ, তবে —

(A) $S = \mathbb{R}$

(B) $S = \mathbb{R} - \{0\}$

(C) $S = \mathbb{Q}$

(D) $S = \mathbb{Z}$

18. In a group $(G, \star)$, a be an element of order 30. Then the order of a^{18} is —

(A) 5

(B) 6

(C) 18

(D) 30

18. a' হল $(G,\star)$-এর group-এর একটি 30 ক্রমের উপাদান তাহলে a^{18}-এর ক্রম হবে —

(A) 5

(B) 6

(C) 18

(D) 30

19. If an abelian group G of order 10 is cyclic, then —

(A) there exists an element of order 4

(B) there exists an element of order 2

(C) there exists an element of order 6

(D) there exists an element of order 8

19. যদি একটি 10 ক্রমের Abelian group G cyclic হয়, তবে —

(A) 4 ক্রমের একটি উপাদান পাওয়া যাবে

(B) 2 ক্রমের একটি উপাদান পাওয়া যাবে

(C) 6 ক্রমের একটি উপাদান পাওয়া যাবে

(D) 8 ক্রমের একটি উপাদান পাওয়া যাবে

20. The function $f(x) = |x|$ is —

(A) discontinuous everywhere

(B) continuous only at $x = 0$

(C) continuous everywhere

(D) discontinuous at $x = 0$

20. $f(x)=|x|$ অপেক্ষকটি

(A) সব জায়গায় বিচ্ছিন্ন

(B) একমাত্র $x = 0$ তে নিরবচ্ছিন্ন

(C) সব জায়গায় নিরবচ্ছিন্ন

(D) $x = 0$ তে বিচ্ছিন্ন

21. The value of $\lim_{n\to\infty} 2^n \sin\left(\frac{a}{2^n}\right)$ is —

(A) a

(B) 0

(C) ∞

(D) does not exist

21. $\lim_{n\to\infty} 2^n \sin\left(\frac{a}{2^n}\right)$-এর মান হল —

(A) a

(B) 0

(C) ∞

(D) অস্তিত্ব নেই

22. The value of $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}$ is —

(A) 3

(B) 0

(C) 2

(D) 1

22. $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}$ -এর মান হল —

(A) 3

(B) 0

(C) 2

(D) 1

23. The sequence $\{x_n\}$ where $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n}$ converges to —

(A) e

(B) e^2

(C) $\sqrt{e}$

(D) None of these

23. $\{x_n\}$ sequence, যেখানে $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n}$ টি converge করে নীচের কোনটি সংখ্যাতে?

(A) e

(B) e^2

(C) $\sqrt{e}$

(D) কোনোটি নয়

24. The sequence $\{x_n\}$, where $x_n = (-1)^n \frac{2n-1}{n}$ is —

(A) convergent

(B) divergent

(C) finitely oscillatory

(D) infinitely oscillatory

24. $\{x_n\}$ sequence, যেখানে $x_n = (-1)^n \frac{2n-1}{n}$ টি

(A) অভিসারী

(B) অপসারী

(C) সসীমভাবে দোদুল্যমান

(D) দোদুল্যমান অসীমভাবে

25. The sum of the series $\frac{1}{1!}+\frac{1+2}{2!}+\frac{1+2+3}{3!}+\ldots$ is —

(A) e

(B) $\frac{e}{2}$

(C) $\frac{3e}{2}$

(D) $1+\frac{e}{2}$

25. $\frac{1}{1!}+\frac{1+2}{2!}+\frac{1+2+3}{3!}+\ldots$ শ্রেণীটির সমষ্টি হল —

(A) e

(B) $\frac{e}{2}$

(C) $\frac{3e}{2}$

(D) $1+\frac{e}{2}$

2020

MATHEMATICS (General)

Paper Code : I-B

(New Syllabus)

[Supplementary]

Full Marks : 100 Time : Three Hours

The figures in the margin indicate full marks.

Notations have their usual meanings.

Group - A
(15 Marks)

Answer any **three** questions.

1. (a) Find the value of i^{4n+2}. [1]

   (b) If a, b, x are real numbers and $| a + ib | = 1$, then prove that $(a + ib)^{ix}$ is purely real. [2]

   (c) If $x^3 + 3px + q$ has a factor of the form $(x - \alpha)^2$, then show that $q^2 + 4p^3 = 0$. [2]

2. Prove that $\sin\left(i \log \dfrac{a - ib}{a + ib}\right) = \dfrac{2ab}{a^2 + b^2}$. [5]

3. Solve the equation $x^3 - 18x - 35 = 0$ by Cardan's method. [5]

4. Show that $\begin{vmatrix} 1 + a^2 - b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1 - a^2 + b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1 - a^2 - b^2 \end{vmatrix} = (1 + a^2 + b^2)^3$. [5]

5. Express the matrix $A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ as the sum of symmetric and skew symmetric matrices. [5]

Group - B
(15 Marks)

Answer any **three** questions.

6. (a) Determine whether the permutation f on the set $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ is odd or even, where

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

[1]

(b) Prove that if every element of a group G is its own inverse, then G is abelian. [2]

(c) Prove that a cyclic group is abelian. [2]

7. Prove that the intersection of any two subgroups of a group $(G, \star)$ is again a subgroup of $(G, \star)$. [5]

8. Find the canonical form of $xy + yz + zx$. [5]

9. Prove that any two bases of a finite dimensional vector space have the same number of vectors. [5]

10. Show that the set of matrices of the form $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Q} \right\}$ forms a field under usual addition and multiplication of matrices. [5]

Group - C
(10 Marks)

Answer any **two** questions.

11. Show that the torque about the point $2\,\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} - 3\,\hat{\mathbf{k}}$ of a force represented by $\hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ passing through the point $3\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$ is $(-\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}})$. [5]

12. The position vectors of the vertices of a triangle are $\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + 2\,\hat{\mathbf{k}}$, $2\,\hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}} + 3\,\hat{\mathbf{k}}$ and $3\,\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$. Find the area of the triangle. [5]

13. Show by vector method that angle in a semicircle is a right angle. [5]

14. If $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$, $\vec{\delta}$ are four vectors such that $\vec{\alpha} \times \vec{\beta} = \vec{\gamma} \times \vec{\delta}$ and $\vec{\alpha} \times \vec{\gamma} = \vec{\beta} \times \vec{\delta}$, show that $\vec{\alpha} - \vec{\delta}$ and $\vec{\beta} - \vec{\gamma}$ are collinear. [5]

Group - D
(25 Marks)

Answer any **five** questions.

15. Two pairs of straight lines $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ and $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ are such that each pair bisects the angles between the other pair, then prove that $pq + 1 = 0$. [5]

16. Show that the triangle formed by the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ and $lx + my = 1$ is right angled, if $(a + b)(al^2 + 2hlm + bm^2) = 0$. [5]

17. Reduce the equation $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ to the canonical form and state the type of the conic. [5]

18. Find the equation of the plane passing through $(2, 1, 4)$ and perpendicular to the planes $x + y + 2z - 4 = 0$ and $2x - 3y + z + 5 = 0$. [5]

19. Find the distance of the point $(2, -1, 1)$ from the plane $x + y + z = 3$ measured parallel to the line whose direction ratios are $2, 3, -4$. [5]

20. Show that the shortest distance between the lines $x + a = 2y = -12z$ and $x = y + 2a = 6z - 6a$ is $2a$. [5]

21. The plane $bcx + cay + abz = abc$ cuts the axes in A, B, C. Find the equation of the circle ABC. [5]

Group - E
(35 Marks)

Answer any **seven** questions.

22. Show that $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}$ is a Cauchy sequence. [5]

23. Find the points of maxima and minima of the function $f(x) = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 1$, $x \in \mathbb{R}$. [5]

24. Prove that a finite subset of $\mathbb{R}$ is a closed set. [5]

25. If a sequence of real numbers $\{u_n\}$ converges to a real number l, prove that every subsequence of that sequence converges to l. [5]

26. Determine the asymptotes of the curve $y = \frac{3x}{2}\log\left(e - \frac{1}{3x}\right)$. [5]

27. Show that the union of two closed sets in $\mathbb{R}$ is a closed set. [5]

28. Test the convergence of the series $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2^2} + \frac{1}{1+2^3} + \cdots$. [5]

29. Find the radius of curvature at the point (x, y) on the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$. [5]

30. Prove that the pedal equation of the astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ with respect to the origin is $r^2 + 3p^2 = a^2$. [5]

বঙ্গানুবাদ

বিভাগ - ক

(মান : 15)

যে কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দাও

1. (a) i^{4n+2}-এর মান নির্ণয় কর। 1

(b) যদি a, b, x বাস্তব সংখ্যা হয় এবং $|a+ib|=1$ তাহলে প্রমাণ কর যে $(a+ib)^{ix}$ একটি purely বাস্তব সংখ্যা। 2

(c) যদি $x^3+3px+q$-এর উৎপাদক $(x-\alpha)^2$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর $q^2+4p^3=0$ 2

2. প্রমাণ কর $\sin\left(i\log\frac{a-ib}{a+ib}\right)=\frac{2ab}{a^2+b^2}$ 5

3. Cardan's পদ্ধতিতে সমাধান কর : $x^3-18x-35=0$ 5

4. দেখাও যে

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix}=\left(1+a^2+b^2\right)^3$$ 5

5. $A=\begin{pmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সকে একটি Symmetric এবং একটি Skew-Symmetric matrix -এর যোগফল আকারে প্রকাশ কর। 5

বিভাগ - খ

(মান : 15)

যে কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দাও

6. (a) যাচাই কর যে {1, 2, 3, 4, 5, 6} সেটটির উপরে f permutation টি অযুগ্ম না যুগ্ম, যেখানে

$$f=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$ 1

(b) যদি একটি Group G-এর প্রতিটি উপাদানের বিপরীত উপাদান সে নিজেই হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে G একটি abelian group. 2

(c) প্রমাণ কর যে প্রতিটি Cyclic group-ই abelian হয়। 2

7. প্রমাণ কর যে একটি group $(G,\star)$-এর যে কোনো দুটি sub group-এর ছেদ আরেকটি subgroup হবে। 5

8. $xy+yz+zx$-এর canonical formটি নির্ণয় কর। 5

9. প্রমাণ কর যে, একটি finite dimensional ভেক্টর স্পেস-এ যে কোনো দুটি basis-এ সমান সংখ্যক ভেক্টর থাকবে। 5

10. প্রমাণ কর যে $\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}: a,b\in\mathbb{Q}\right\}$ সেটটি ম্যাট্রিক্স-এর প্রচলিত যোগ ও গুণের সাপেক্ষে একটি field হবে। 5

বিভাগ - গ

(মান : 10)

যে কোনো **দটি** প্রশ্নের উত্তর দাও

11. প্রমাণ কর যে $3\hat{i}+4\hat{j}-\hat{k}$ বিন্দুগামী $\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ বল-এর torque $2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ বিন্দুর সাপেক্ষে $\left(-\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right)$ হবে। 5

12. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলির অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$, $2\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $3\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 5

13. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ। 5

14. চারটি ভেক্টর $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma},\vec{\delta}$ এমন যে $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\vec{\gamma}\times\vec{\delta}$ এবং $\vec{\alpha}\times\vec{\gamma}=\vec{\beta}\times\vec{\delta}$। প্রমাণ কর যে $\vec{\alpha}-\vec{\delta}$ এবং $\vec{\beta}-\vec{\gamma}$ সমরেখ। 5

বিভাগ - ঘ

(মান : 25)

যে কোনো **পাঁচটি** প্রশ্নের উত্তর দাও

15. দুটি pair of straight lines $x^2-2pxy-y^2=0$ এবং $x^2-2qxy-y^2=0$ এমন যে প্রতিটি pair অন্য pair-এর মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। প্রমাণ কর $pq+1=0$। 5

16. প্রমাণ কর যদি $ax^2+2hxy+by^2=0$ এবং $lx+my=1$ সরলরেখা তিনটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে, তবে $(a+b)\left(al^2+2hlm+bm^2\right)=0$ হবে। 5

17. $6x^2-5xy-6y^2+14x+5y+4=0$ কে Canonical form-এ reduce কর। Conic-এর প্রকার নির্ণয় কর। 5

18. (2, 1, 4) বিন্দুগামী এবং $x+y+2z-4=0$ ও $2x-3y+z+5=0$ সমতলের (Plane) উপর লম্ব Plane-এর সমীকরণ নির্ণয় কর। 5

19. (2, –1, 1) বিন্দু থেকে $x+y+z=3$ সমতলের দূরত্ব নির্ণয় কর যাহা 2, 3, –4 direction ratio যুক্ত একটি সরলরেখার সমান্তরাল। 5

20. প্রমাণ কর যে $x+a=2y=-12z$ এবং $x=y+2a=6z-6a$ সরলরেখা দুটির মধ্যে Shortest distance $2a$. 5

21. $bcx+cay+abz=abc$ সমতলটি কার্তেসীয় অক্ষগুলিকে যথাক্রমে A, B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। ABC বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। 5

বিভাগ - ঙ

(মান : 35)

যে কোনো **সাতটি** প্রশ্নের উত্তর দাও

22. দেখাও যে $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}$ একটি Cauchy Sequence। 5

23. $f(x)=12x^5-45x^4+40x^3+1, x\in\mathbb{R}$ অপেক্ষকটির কোন বিন্দুতে চরম এবং অবম মান আছে নির্ণয় কর। 5

24. প্রমাণ কর যে $\mathbb{R}$-এর যে কোন সসীম সেট Closed হবে। 5

25. প্রমাণ কর যে, যদি $\{u_n\}$ একটি বাস্তব সংখ্যার sequence যাহা l বাস্তব সংখ্যাতে converge করে, তবে $\{u_n\}$-এর যে-কোন sub-sequence l-এ converge করবে। 5

26. $y=\frac{3x}{2}\log\left(e-\frac{1}{3x}\right)$-এর Asymptote গুলি নির্ণয় কর। 5

27. প্রমাণ কর যে $\mathbb{R}$-এর যে কোনো দুটি closed set-এর union closed set হবে। 5

28. $\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2^2}+\frac{1}{1+2^3}+\ldots$-এর convergence পরীক্ষা কর। 5

29. $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$-এর উপর অবস্থিত (x, y) বিন্দুতে radius of curvature নির্ণয় কর। 5

30. প্রমাণ কর যে মূলবিন্দুর সাপেক্ষে $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$-এর Pedal equation $r^2+3p^2=a^2$. 5