

P - II (1+1+1) G / 20 (N)/SUP

2020

MATHEMATICS (General)

Paper Code : II - A & B

[New Syllabus]

(Supplementary)

Important Instructions for Multiple Choice Question (MCQ)

- Write Subject Name and Code, Registration number, Session and Roll number in the space provided on the Answer Script.

Example : Such as for Paper III-A (MCQ) and III-B (Descriptive).

Subject Code :

III	A	&	B
-----	---	---	---

Subject Name :

--

- Candidates are required to attempt all questions (MCQ). Below each question, four alternatives are given [i.e. (A), (B), (C), (D)]. Only one of these alternatives is 'CORRECT' answer. The candidate has to write the Correct Alternative [i.e. (A)/(B)/(C)/(D)] against each Question No. in the Answer Script.

Example — If alternative A of 1 is correct, then write :

1. — A

- There is no negative marking for wrong answer.

মাল্টিপল চয়েস প্রশ্নের (MCQ) জন্য জরুরী নির্দেশাবলী

- উত্তরপত্রে নির্দেশিত স্থানে বিষয়ের (Subject) নাম এবং কোড, রেজিস্ট্রেশন নম্বর, সেশন এবং রোল নম্বর লিখতে হবে।

উদাহরণ — যেমন Paper III-A (MCQ) এবং III-B (Descriptive)।

Subject Code :

III	A	&	B
-----	---	---	---

Subject Name :

- পরীক্ষার্থীদের সবগুলি প্রশ্নের (MCQ) উত্তর দিতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নে চারটি করে সম্ভাব্য উত্তর, যথাক্রমে (A), (B), (C) এবং (D) করে দেওয়া আছে। পরীক্ষার্থীকে তার উত্তরের স্বপক্ষে (A) / (B) / (C) / (D) সঠিক বিকল্পটিকে প্রশ্ন নম্বর উল্লেখসহ উত্তরপত্রে লিখতে হবে।

উদাহরণ — যদি 1 নম্বর প্রশ্নের সঠিক উত্তর A হয় তবে লিখতে হবে :

1. – A

- ভুল উত্তরের জন্য কোন নেগেটিভ মার্কিং নেই।

Paper Code : II - A

Full Marks : 50

Time : One Hour

Choose the correct answer.

Each question carries 2 marks.

1. $\int \frac{dx}{(e^x + e^{-x})^2} =$

(A) $-\frac{1}{2(e^{2x} + 1)} + c$

(B) $\frac{1}{2(e^{2x} + 1)} + c$

(C) $\frac{1}{2(e^{2x} - 1)} + c$

(D) $-\frac{1}{2(e^{-2x} + 1)} + c$

1. $\int \frac{dx}{(e^x + e^{-x})^2} =$

(A) $-\frac{1}{2(e^{2x} + 1)} + c$

(B) $\frac{1}{2(e^{2x} + 1)} + c$

(C) $\frac{1}{2(e^{2x} - 1)} + c$

(D) $-\frac{1}{2(e^{-2x} + 1)} + c$

2. $\int \frac{(x+4)e^x}{(x+13)^{10}} dx =$

(A) $-\frac{e^x}{(x+13)^9} + c$

(B) $\frac{e^x}{(x+13)^9} + c$

(C) $-\frac{e^x}{(x+9)^{13}} + c$

(D) $\frac{e^x}{(x+13)^{-9}} + c$

2. $\int \frac{(x+4)e^x}{(x+13)^{10}} dx =$

(A) $-\frac{e^x}{(x+13)^9} + c$

(B) $\frac{e^x}{(x+13)^9} + c$

(C) $-\frac{e^x}{(x+9)^{13}} + c$

(D) $\frac{e^x}{(x+13)^{-9}} + c$

3. $\int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x} =$

(A) $\frac{1}{ab} \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \tan x \right) + c$

(B) $\frac{1}{ab} \tan^{-1} \left(\frac{a}{b} \tan x \right) + c$

(C) $\frac{1}{ab} \cot^{-1} \left(\frac{b}{a} \cot x \right) + c$

(D) None of them

3. $\int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x} =$

(A) $\frac{1}{ab} \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \tan x \right) + c$

(B) $\frac{1}{ab} \tan^{-1} \left(\frac{a}{b} \tan x \right) + c$

(C) $\frac{1}{ab} \cot^{-1} \left(\frac{b}{a} \cot x \right) + c$

(D) কোনোটিই নয়

4. The value of $\iint_V \sqrt{(4x^2 - y^2)} dx dy$

where V is bounded by $y = 0, x = 1, y = x$ is

(A) $8\pi^4$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{9} + \frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\pi}{9}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{\pi}{9}$

4. মান নির্ণয় কর : $\iint_V \sqrt{(4x^2 - y^2)} dx dy$

যেখানে V ক্ষেত্রটি $y = 0, x = 1, y = x$ দ্বারা সীমাবদ্ধ

(A) $8\pi^4$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{9} + \frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\pi}{9}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{\pi}{9}$

5. The circle $x^2 + y^2 = a^2$ revolves round the x -axis. The area of the surface generated is—

(A) $4\pi a^3$

(B) $\frac{3}{4}\pi a^2$

(C) $\frac{4}{3}\pi a^2$

(D) $4\pi a^2$

5. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তটি x -অক্ষের সাপেক্ষে ঘোরে। তাহলে উৎপন্ন পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

(A) $4\pi a^3$

(B) $\frac{3}{4}\pi a^2$

(C) $\frac{4}{3}\pi a^2$

(D) $4\pi a^2$

6. The integrating factor of $(2x^2 + y^2 + x)dx + xydy = 0$ is—

(A) $\log x$

(B) $\frac{1}{x}$

(C) e^{-x}

(D) x

6. $(2x^2 + y^2 + x)dx + xydy = 0$ সমীকরণটির সমাকল গুণক হল—

(A) $\log x$

(B) $\frac{1}{x}$

(C) e^{-x}

(D) x

7. Solution of the equation $\frac{dy}{dx} + \frac{1-2x}{x^2}y = 1$ is—

(A) $y = x^2(1 + Ce^{1/x})$

(B) $yx^2 = 1 + Ce^{1/x}$

(C) $x = y^2(1 + Ce^{1/x})$

(D) None of these

7. $\frac{dy}{dx} + \frac{1-2x}{x^2}y = 1$ সমীকরণটির সমাধান হবে—

(A) $y = x^2(1 + Ce^{1/x})$

(B) $yx^2 = 1 + Ce^{1/x}$

(C) $x = y^2(1 + Ce^{1/x})$

(D) কোনোটিই নয়

8. The degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} - y = x^2$ is—

(A) 2

(B) 3

(C) 1

(D) 0

8. $\frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} - y = x^2$ অবকল সমীকরণটির মাত্রা হবে—

(A) 2

(B) 3

(C) 1

(D) 0

9. Particular integral of $(D^2 + 1)y = \cos 2x$ is—

(A) xe^{ex}

(B) e^{x+ex}

(C) $-\frac{1}{3}\cos 2x$

(D) $-\frac{1}{3}\sin 2x$

9. $(D^2 + 1)y = \cos 2x$ -এর particular integral হবে—

(A) xe^{ex}

(B) e^{x+ex}

(C) $-\frac{1}{3}\cos 2x$

(D) $-\frac{1}{3}\sin 2x$

10. Orthogonal trajectories of $r = a(1 - \cos \theta)$ is—

(A) $r = c(1 + \cos \theta)$

(B) $r = c(1 - \cos \theta)$

(C) $r = c(1 + \sin \theta)$

(D) $r = c(1 - \sin \theta)$

10. $r = a(1 - \cos \theta)$ -এর orthogonal trajectories হ'ল—

(A) $r = c(1 + \cos \theta)$

(B) $r = c(1 - \cos \theta)$

(C) $r = c(1 + \sin \theta)$

(D) $r = c(1 - \sin \theta)$

11. The number 0.005723 when rounded-off upto three significant digits becomes —

(A) 0.005

(B) 0.00572

(C) 0.006

(D) None of these

11. 0.005723 সংখ্যাটি three significant digit এ round off করলে সেটি হবে—

- (A) 0.005
- (B) 0.00572
- (C) 0.006
- (D) কোনোটিই নয়

12. The percentage of error in $x_A = 0.333$ when $x_T = \frac{1}{3}$ is —

- (A) 1%
- (B) 0.1%
- (C) 10%
- (D) 0.01%

12. $x_A = 0.333$ -এর percentage error, যখন $x_T = \frac{1}{3}$, হবে—

- (A) 1%
- (B) 0.1%
- (C) 10%
- (D) 0.01%

13. Which of the following is true ?

- (A) $\Delta + \nabla = \Delta \nabla$
- (B) $\Delta + \nabla = \frac{\Delta}{\nabla} - \frac{\nabla}{\Delta}$
- (C) $\Delta + \nabla = \frac{\Delta}{\nabla} + \frac{\nabla}{\Delta}$
- (D) $\Delta + \nabla = \frac{\nabla}{\Delta} - \frac{\Delta}{\nabla}$

13. এদের মধ্যে কোনটি সত্য?

(A) $\Delta + \nabla = \Delta \nabla$

(B) $\Delta + \nabla = \frac{\Delta}{\nabla} - \frac{\nabla}{\Delta}$

(C) $\Delta + \nabla = \frac{\Delta}{\nabla} + \frac{\nabla}{\Delta}$

(D) $\Delta + \nabla = \frac{\nabla}{\Delta} - \frac{\Delta}{\nabla}$

14. The n^{th} order difference of a polynomial of degree n is —

(A) zero

(B) a polynomial of degree n

(C) constant

(D) a polynomial of degree $(n - 1)$

14. n^{th} degree polynomial-এর n^{th} order difference হল—

(A) শূন্য

(B) একটি n -ডিগ্রি polynomial

(C) ধ্রুবক

(D) একটি $(n - 1)$ ডিগ্রি polynomial

15. The value of the integral $\int_0^4 e^x dx$, by Simpson's $\frac{1}{3}$ rule if $e = 2.72$,

$e^2 = 7.39$, $e^3 = 20.09$, $e^4 = 54.60$, is —

- (A) 54.4
- (B) 55.88
- (C) 55.12
- (D) 54.95

15. Simpson $\frac{1}{3}$ rule অনুসারে $\int_0^4 e^x dx$ সমাকলটির মান, যদি $e = 2.72$, $e^2 = 7.39$,

$e^3 = 20.09$, $e^4 = 54.60$, হবে —

- (A) 54.4
- (B) 55.88
- (C) 55.12
- (D) 54.95

16. Which one of the following is not a convex set ?

- (A) $X = \{x : |x| < 4\}$
- (B) $X = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$
- (C) $X = \{(x, y) : 2x^2 + 3y^2 \geq 9\}$
- (D) $X = \{(x, y) : 3x^2 + 4y^2 \leq 16\}$

16. এদের মধ্যে কোনটি convex সেট নয়?

(A) $X = \{x : |x| < 4\}$

(B) $X = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$

(C) $X = \{(x, y) : 2x^2 + 3y^2 \geq 9\}$

(D) $X = \{(x, y) : 3x^2 + 4y^2 \leq 16\}$

17. The number of extreme points of the set $S = \{(x, y) : x + 2y = 3\}$ is —

(A) finite

(B) infinite

(C) 0

(D) 2

17. $S = \{(x, y) : x + 2y = 3\}$ সেটটির চরম বিন্দুর সংখ্যা হল—

(A) সসীম

(B) অসীম

(C) 0

(D) 2

18. The L.P.P., Max $z = 3x_1 + 2x_2$, subjected to $x_1 - x_2 \geq 0$, $2x_1 - x_2 \leq -2$,

$x_1, x_2 \geq 0$ has —

(A) unique solution

(B) no feasible solution

(C) infinite solution

(D) unbounded solution

18. Max $z = 3x_1 + 2x_2$, subjected to $x_1 - x_2 \geq 0$, $2x_1 - x_2 \leq -2$, $x_1, x_2 \geq 0$ এই L.P.P. টির আছে
- (A) অনন্য সমাধান
 - (B) no feasible সমাধান
 - (C) অসীম সমাধান
 - (D) অসীমাবদ্ধ সমাধান
19. If the primal of an L.P.P. has no feasible solutrion, then the dual has —
- (A) unbounded solution
 - (B) no feasible solution
 - (C) feasible solution
 - (D) either unbounded or no feasible solution
19. যদি কোনো L.P.P.-র Primal-এর no feasible সমাধান থাকে, তাহলে তার dual-এর থাকবে
- (A) অসীমাবদ্ধ সমাধান
 - (B) no feasible সমাধান
 - (C) feasible সমাধান
 - (D) হয় অসীমাবদ্ধ অথবা no feasible সমাধান
20. The number of degenerate solutions to the system of linear equations $2x_1 + x_2 - x_3 = 2$, $3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$ is —
- (A) 3
 - (B) 2
 - (C) 1
 - (D) 0

20. রৈখিক সমীকরণসমূহ $2x_1 + x_2 - x_3 = 2$, $3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$ -এর degenerate সমাধানের সংখ্যা হবে —
- (A) 3
(B) 2
(C) 1
(D) 0
21. If a particle moves in a straight line according to the law $s^2 = 6t^2 + 4t + 3$, then the acceleration —
- (A) is constant
(B) varies as s
(C) varies as $\frac{1}{s^2}$
(D) varies as $\frac{1}{s^3}$
21. যদি একটি কণা $s^2 = 6t^2 + 4t + 3$ সূত্র অনুসারে সরল রেখায় চলে, তবে ত্বরণ
- (A) ধ্রুবক হবে
(B) s হিসাবে পরিবর্তিত হয়
(C) $\frac{1}{s^2}$ হিসাবে পরিবর্তিত হয়
(D) $\frac{1}{s^3}$ হিসাবে পরিবর্তিত হয়

22. A particle coming rest from infinity will reach the earth surface with a velocity —

(A) \sqrt{gr}

(B) $\sqrt{2gr}$

(C) $\sqrt{3gr}$

(D) $2\sqrt{gr}$

22. অনন্ত থেকে বিশ্রামে আসা একটি কণা পৃথিবীপৃষ্ঠে যে বেগসহ পৌঁছাবে

(A) \sqrt{gr}

(B) $\sqrt{2gr}$

(C) $\sqrt{3gr}$

(D) $2\sqrt{gr}$

23. The probability of occurrence of any one of the events A and B is —

(A) $P(A)+P(B)-P(AB)$

(B) $P(A)+P(B)-P(\overline{AB})$

(C) $P(A)+P(B)-2P(\overline{AB})$

(D) $P(A)+P(B)-2P(AB)$

23. A এবং B ঘটনাদুটির যেকোনো একটি ঘটার সম্ভাবনা হল—

(A) $P(A)+P(B)-P(AB)$

(B) $P(A)+P(B)-P(\overline{AB})$

(C) $P(A)+P(B)-2P(\overline{AB})$

(D) $P(A)+P(B)-2P(AB)$

24. A coin is tossed 3 times in succession. The probability of exactly two heads is —

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{2}{3}$

24. একটি মুদ্রা পরপর তিনবার টস করা হয়। দুটি Head হওয়ার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{2}{3}$

25. If A and B are independent events and $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, then

$P(A+B)$ is —

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{5}{8}$

(C) $\frac{1}{8}$

(D) $\frac{7}{8}$

25. যদি A এবং B ঘটনাদুটি স্বাধীন হয় এবং $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, তাহলে

$P(A+B)$ -এর মান

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{5}{8}$

(C) $\frac{1}{8}$

(D) $\frac{7}{8}$

2020

MATHEMATICS (General)**Paper Code : II-B****(New Syllabus)****[Supplementary]**

Full Marks : 100

Time : Three Hours

*The figures in the margin indicate full marks.**Notations have their usual meanings.***Group-A
(20 Marks)****Answer any four questions.** $5 \times 4 = 20$

1. Evaluate $\int \frac{dx}{1+x^6}$.

2. Evaluate $\int_0^1 \cot^{-1}(1-x+x^2)dx$.

3. Evaluate $\int_0^\infty e^{-x}dx$ and $\int_0^\infty \frac{dx}{e^x+1}$.

4. Evaluate $\int_0^a \int_0^b xy(x^2+y^2)dxdy$.

5. Show that $\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}(1-x)^{\frac{3}{2}}dx = \frac{3\pi}{128}$.

6. Find the area bounded by x -axis and the curves $y^2 = 4ax$ and $x^2 + y^2 = a^2$ in the first quadrant ($a > 0$).**Group-B
(10 Marks)****7. Answer any two questions.** $5 \times 2 = 10$

a) Solve $(D^2 - 3D + 2)y = \frac{(e^x + e^{-x})}{2}$, $D \equiv \frac{d}{dx}$.

b) Find the orthogonal trajectories of the family $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, where a is a parameter.

c) Solve $(x - y^2)dx + 2xy dy = 0$.

Group - C
(20 Marks)

8. Answer any *four* questions.

$5 \times 4 = 20$

a) For two arbitrary events A and B defined on the event space S , show that

$$P\left(\frac{B}{A}\right) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}, \quad P(A) \neq 0.$$

b) Determine the value of the constant K which makes $f(x, y) = Kxy$ ($0 < x < 1, 0 < y < x$) a joint probability density function. Calculate the marginal density function.

c) If X and Y are random variables, prove that $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$, (assuming all the exceptions exist).

d) Four points are chosen on the unit sphere. What is the probability that the origin lies inside the tetrahedron determined by the four points?

e) If the lines $4x + y = 52$ and $x + y = 32$ are the regression lines of x on y and y on x respectively, then obtain the correlation coefficient.

f) Determine the regression line of Y on X from the following data:

X	1	3	4	6	8	9	11	14
Y	1	2	4	4	5	7	8	9

Group-D
(15 Marks)

9. Answer any *three* questions.

$5 \times 3 = 15$

a) Calculate the value of $\int_0^1 \frac{1}{1+7x^2} dx$ by Simpson's $\frac{1}{3}$ -rd rule for $h = 0.25$.

b) Calculate the value of $\int_{1.2}^{1.6} (x + \frac{1}{x}) dx$ correct to two significant figures, taking six intervals by trapezoidal rule.

c) Explain Newton-Raphson method for computing a simple real root of an equation $f(x) = 0$.

d) Using the method of bisection, compute a root of $x^3 - 4x - 9 = 0$, between 2 and 3 up to three significant figures.

e) Find $f(2)$ by using Lagrange's interpolation formula:

x	0	1	5	7
$f(x)$	1	2	146	386

Group - E
(15 Marks)

10. Answer any *three* questions.

$5 \times 3 = 15$

a) Prove that the dual of the dual of a given primal is the primal.

b) Solve by the simplex method

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

subject to

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\leq 5 \\ x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

c) Write down the dual of the following LPP

$$\text{Min } Z = x_1 + 3x_2$$

subject to

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 3 \\ 2x_1 - x_2 &\geq -1 \\ x_1 + 2x_2 &= 5 \\ x_1 &\geq 0, x_2 \text{ is unrestricted in sign.} \end{aligned}$$

d) Solve by the graphical method

$$\text{Max } Z = 4x + 7y$$

subject to

$$\begin{aligned} 2x + 5y &\leq 40 \\ x + y &\leq 11 \\ y &\geq 4 \\ x, y &\geq 0. \end{aligned}$$

e) Solve the following assignment problem:

	I	II	III	IV
A	10	12	9	11
B	5	10	7	8
C	12	14	13	11
D	8	15	11	9

Group-F
(20 Marks)

Answer question no. 11 and any one from the rest.

11. The velocities of a point at (x, y) parallel to the axes of x and y are $u + ey$ and $v + ex$ respectively, where u, v, e are constant, show that the path of the point is a conic. 5

12. a) A particle moves in a straight line under a force directed towards a fixed point in it varying as $(\text{distance})^{-\frac{4}{3}}$. Show that the velocity in falling from rest at infinity to a distance a is equal to that acquired in falling from rest at a distance a to a distance $\frac{a}{8}$.

b) Determine the cross-radial velocity and acceleration components of a particle moving in a plane curve. 7+8=15

13. a) A body of mass $(m_1 + m_2)$ is split into two parts of masses m_1 and m_2 by an internal explosion which generates kinetic energy E . Show that if after explosion the parts move in the same line as before, their relative speed is $\sqrt{\frac{2E(m_1+m_2)}{m_1m_2}}$.

b) A particle is projected vertically upwards from the earth surface with a velocity just sufficient to carry it to infinity. Prove that the time it takes to reach a height h is

$$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2R}{g}} \left[\left(1 + \frac{h}{R} \right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right],$$

where R is the radius of the earth.

7+8=15

বঙ্গানুবাদ

বিভাগ - ক

(মান : 20)

যে কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও

5×4=20

1. মান নির্ণয় কর : $\int \frac{dx}{1+x^6}$

2. মান নির্ণয় কর : $\int_0^1 \cot^{-1}(1-x+x^2) dx$

3. মান নির্ণয় কর : $\int_0^\infty e^{-x} dx$ এবং $\int_0^\infty \frac{dx}{e^x+1}$

4. মান নির্ণয় কর : $\int_0^a \int_0^b xy(x^2 + y^2) dx dy$

5. দেখাও যে $\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}(1-x)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{3\pi}{128}$

6. x -অক্ষ এবং $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 + y^2 = a^2$ বক্রগুলির দ্বারা প্রথম পাদে সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ($a > 0$)।

বিভাগ - খ

(মান : 10)

7. যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5×2=10

(a) সমাধান কর $(D^2 - 3D + 2)y = \frac{(e^x + e^{-x})}{2}$, $D \equiv \frac{d}{dx}$

(b) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, যেখানে a হল একটি প্যারামিটার, বক্রসমূহের পরিবারের লম্বকৌণিক ট্রাজেক্টরগুলি নির্ণয় কর।

(c) সমাধান কর : $(x - y^2)dx + 2xydy = 0$

বিভাগ - গ

(মান : 20)

8. যে কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5×4=20

(a) নমুনাদেশ S -এ সংজ্ঞায়িত যেকোনো দুটি ইচ্ছামত ঘটনা A এবং B -এর জন্য দেখাও যে

$$P\left(\frac{B}{A}\right) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}, P(A) \neq 0$$

(b) K ধ্রুবকটির মান নির্ণয় কর, যাতে

$$f(x, y) = Kxy (0 < x < 1, 0 < y < x)$$

একটি Joint probability density function নির্দেশ করে। Marginal density function- টি নির্ণয় কর।

(c) যদি X এবং Y যেকোনো পরিবর্তনশীল চল হয়, তাহলে প্রমাণ কর $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$, (যথাযোগ্য ক্ষেত্র বিচারে)।

(d) একক ব্যাসার্ধের একটি গোলকের উপরে যেকোনো চারটি বিন্দু নেওয়া হল। এই চারটি বিন্দু দ্বারা গঠিত চতুস্তলের অভ্যন্তরে মূলবিন্দুর অবস্থান করার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

- (e) যদি $4x + y = 52$ এবং $x + y = 32$ সরলরেখা দুটি যথাক্রমে x -এর y -এর উপর এবং y -এর x -এর উপর রিগ্রেশন লাইন হয়, তাহলে correlation coefficient নির্ণয় কর।
- (f) প্রদত্ত তথ্য থেকে Y -এর X -এর উপর রিগ্রেশন লাইন নির্ণয় কর।

X	1	3	4	6	8	9	11	14
Y	1	2	4	4	5	7	8	9

বিভাগ - ঘ

(মান : 15)

9. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5×3=15

(a) Simpson's $\frac{1}{3}$ -rd নিয়মের সাহায্যে $\int_0^1 \frac{1}{1+7x^2} dx$ -এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $h = 0.25$ ।

(b) দুই significant figure পর্যন্ত, ছয়টি interval নিয়ে ট্রাপিজয়ডাল নিয়মের মাধ্যমে $\int_{1.2}^{1.6} \left(x + \frac{1}{x}\right) dx$ -এর মান নির্ণয় কর।

(c) $f(x) = 0$ সমীকরণের একটি সাধারণ বাস্তব বীজ নির্ণয় করার ক্ষেত্রে নিউটন-র্যাফসন পদ্ধতিটি ব্যাখ্যা কর।

(d) দ্বিখণ্ডন পদ্ধতির মাধ্যমে $x^3 - 4x - 9 = 0$ সমীকরণের 2 এবং 3-এর মধ্যে একটি বীজ নির্ণয় কর তিন significant figure পর্যন্ত।

(e) ল্যাগরেঞ্জ ইন্টারপোলেশন সূত্রের সাহায্যে $f(2)$ -এর মান নির্ণয় কর।

x	0	1	5	7
$f(x)$	1	2	146	386

বিভাগ - ঙ

(মান : 15)

10. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5×3=15

(a) প্রমাণ কর যে, একটি প্রদত্ত প্রাইমালের ডুয়ালের ডুয়ালটি প্রদত্ত প্রাইমাল।

(b) সিমপ্লেক্স পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান কর।

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

subject to

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(c) নিম্নলিখিত L.P.P. টির ডুয়াল লেখ :

$$\text{Min } Z = x_1 + 3x_2$$

subject to

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$2x_1 - x_2 \geq -1$$

$$x_1 + 2x_2 = 5$$

$x_1 \geq 0, x_2$ -এর চিহ্ন নির্দিষ্ট করা নেই।

(d) লেখচিত্র পদ্ধতির মাধ্যমে সমাধান কর :

$$\text{Max } Z = 4x + 7y$$

subject to

$$2x + 5y \leq 40$$

$$x + y \leq 11$$

$$y \geq 4$$

$$x, y \geq 0$$

(e) নিম্নলিখিত অ্যাসাইনমেন্ট সমস্যাটির সমাধান কর :

	I	II	III	IV
A	10	12	9	11
B	5	10	7	8
C	12	14	13	11
D	8	15	11	9

বিভাগ - চ

(মান : 20)

11 নং প্রশ্নের উত্তর দাও এবং বাকিগুলো থেকে যেকোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

11. একটি বিন্দুর (x, y) -তে x -অক্ষের এবং y -অক্ষের সমান্তরাল গতিবেগ যথাক্রমে $u + ey$ এবং $v + ex$, যেখানে u, v, e হল ধ্রুবক। দেখাও যে, বিন্দুটির গতিপথ একটি শঙ্কুচ্ছেদ।

12. (a) একটি কণা একটি সরলরেখা বরাবর একটি স্থিরবিন্দুর প্রতি (দূরত্বের) $^{-\frac{4}{3}}$ অনুপাতে একটি বলের সমানে ভ্রমণ করে। দেখাও যে, কণাটির অসীমের স্থির অবস্থা থেকে a -দূরত্ব পর্যন্ত গতিবেগ, কণাটির a -দূরত্বের স্থির অবস্থা থেকে $\frac{a}{8}$ দূরত্ব পর্যন্ত গতিবেগের সঙ্গে সমান।

(b) সমতলস্থ বক্র ভ্রাম্যমান একটি কণার ক্রস-রেডিয়াল গতিবেগ এবং ত্বরণের অংশগুলি নির্ণয় কর।

7+8=15

13. (a) $(m_1 + m_2)$ ভরের একটি বস্তু আভ্যন্তরীণ বিস্ফোরণের ফলে m_1 এবং m_2 ভরের দুটি অংশে বিভক্ত হয় যার ফলে E গতিশক্তি উৎপন্ন হয়। দেখাও যে, যদি বিস্ফোরণের পর ওই অংশগুলি পূর্বের মতো একই

রেখায় গমন করে, তাহলে তাদের আপেক্ষিক গতিবেগ হবে $\sqrt{\frac{2E(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}$ ।

- (b) একটি কণাকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপরের দিকে অসীমে যাওয়ার উপযুক্ত গতিবেগ সহকারে ছোঁড়া হল। প্রমাণ কর, h উচ্চতায় পৌঁছাতে ইহার সময় লাগবে

$$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2R}{g}} \left[\left(1 + \frac{h}{R} \right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right]$$

যেখানে R হল পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

7+8=15